

مسائل تحقیق در عملیات - نمونه مسائل حل هندسی و قضیه مکمل زائد

۱- مسائل زیر را به روش ترسیمی حل کنید: (سپس تابع هدف هر یک را به  $\min$  سازی تبدیل کرده و مجدداً حل کنید)

$\begin{aligned} \text{Max } & 2x_1 + x_2 \\ \text{s.t. } & 12x_1 + 3x_2 \leq 6 \\ & -3x_1 + x_2 \leq 7 \\ & x_2 \leq 10 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$	$\begin{aligned} \text{Max } & z = 4x_1 + 14x_2 \\ \text{s.t. } & 7x_1 + 2x_2 \leq 21 \\ & 2x_1 + 7x_2 \leq 21 \\ & x_1 + x_2 \leq 6 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$	$\begin{aligned} \text{max } & z = -3x_1 - 2x_2 \\ \text{s.t. } & -x_1 + x_2 \leq 1 \\ & 5x_1 + 3x_2 \leq 15 \\ & x_2 \geq \frac{3}{2} \\ & x_1 \geq 0 \end{aligned}$
a)	b)	c)

$\begin{aligned} \text{Max } & z = x_1 + 2x_2 \\ & x_1 + x_2 \geq 3 \\ \text{d) } & 2x_1 - 3x_2 \leq 0 \\ & 3x_1 - x_2 \geq 0 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$	$\begin{aligned} \text{Max } & z = 3x_1 + x_2 \\ & -x_1 + x_2 \leq 3 \\ \text{e) } & 2x_1 - x_2 \leq 4 \\ & 2x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$
---	--

۲- قیود زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} -x_1 + x_2 &\leq 1 \\ -x_1 + 2x_2 &\leq 3 \\ x_2 &\leq 3 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

تابع هدف را طوری تعیین کنید که الف) نقطه (۲.۵) یکی از نقاط بهین باشد. ب) مسئله جواب بیکران داشته باشد.  
۳- مساله زیر را در نظر بگیرید. دوگان آنرا بنویسید و با روش هندسی حل کنید. سپس جواب بهینه مساله اصلی را نیز بدست آورید.

$$\begin{aligned} \text{Min } & z = x_1 + 3x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 \\ \text{s.t. } & 2x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 - x_5 \geq 6 \\ & -3x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 \geq 8 \\ & x_i \geq 0, i = 1, \dots, 5 \end{aligned} \quad \text{الف)}$$

$$\text{Min } z = x_1 + 6x_2 - 7x_3 + x_4 + 5x_5$$

$$\begin{aligned} \text{s.t. } & x_1 - \frac{3}{4}x_2 + 2x_3 - \frac{1}{4}x_4 = 3 \\ & -\frac{1}{4}x_2 + 3x_3 - \frac{3}{4}x_4 + x_5 = 5 \quad \text{ج)} \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Min } & z = 3x_1 + 9x_2 + 35x_3 \\ \text{s.t. } & x_1 + 3x_2 + 7x_3 \geq 3 \\ & 2x_1 + x_2 + 5x_3 \leq -1 \\ & x_1, x_2 \leq 0 \\ & x_3 \geq 0 \end{aligned} \quad \text{ب)}$$

۴- مساله زیر و دوگان آنرا با هر روش دلخواه حل کنید. بدون روش هندسی و بر اساس جواب مساله دوگان نیز مساله اولیه را حل کنید.

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & z = x_1 + 2x_2 \\ \text{s.t} \quad & -2x_1 + x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$